

Webinar zum Hilfsmittel freien Teil: Stoffgebiet Analysis

Aufgabe 1: Gegeben Sie die Funktionen

$$p: x \mapsto -\frac{1}{4}(x-2)^2 + 3,$$

$$q: x \mapsto \frac{1}{3}x(x+2)(x+5) \text{ und}$$

$$r: x \mapsto 1 - e^{-x}$$

mit den Definitionsmengen $D_p = D_q = D_r = [0; \infty[$.

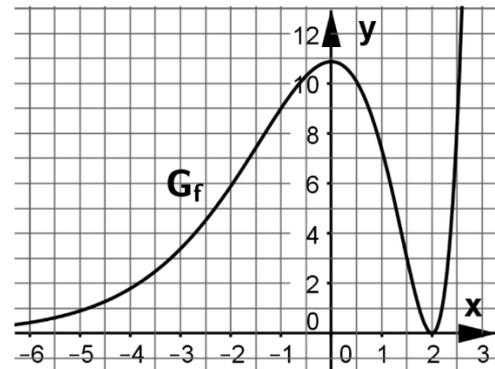
- 1.1 Ermitteln Sie zu den Funktionen p , q und r jeweils die zugehörige Wertemenge.
- 1.2 Belegen oder widerlegen Sie folgende Aussage: „Der Graph von q besitzt einen Terrassenpunkt.“
- 1.3 Zeigen Sie, dass der Graph von p und der Graph von r einen Schnittpunkt besitzen.

Aufgabe 2:

In der rechts stehenden Abbildung ist ein Ausschnitt des Graphen G_f einer Funktion f mit der Definitionsmenge $D_f = \mathbb{R}$ dargestellt.

Mindestens eine der folgenden Zuordnungsvorschriften beschreibt den Graphen G_f .

Entscheiden und begründen Sie, welche davon zu f gehören und welche nicht.



a) $x \mapsto (x-2) \cdot e^{x+1,47}$

b) $x \mapsto e^2$

c) $x \mapsto (x-2)^2 \cdot e^{x+1}$

d) $x \mapsto 2 - e^{x+1}$

e) $x \mapsto (x-2)^2 \cdot e^{-x+1}$

f) $x \mapsto (x-2)^2 \cdot e^{x-1}$

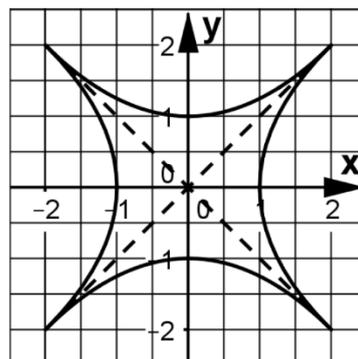
Aufgabe 3: Gegeben sind die Funktionen $g'_1: x \mapsto e^x + 1$ und $g'_2: x \mapsto e^x - 2$, welche die Ableitungen der reellen Funktionen g_1 und g_2 sind.

- 3.1. Nehmen Sie zu den beiden folgenden Aussagen Stellung. Berichtigen Sie diese gegebenenfalls.
 - a) Mindestens einer der Graphen der Funktionen g_1 und g_2 hat einen Wendepunkt.
 - b) Genau einer der Graphen der Funktionen g_1 und g_2 hat einen Extrempunkt.
- 3.2. Bestimmen Sie den Funktionsterm $g_1(x)$, wenn der Graph von g_1 die y -Achse bei 2 schneidet.

Aufgabe 4:

Die nebenstehende sternförmige Figur wird oben und unten durch Parabelstücke begrenzt und besitzt vier Symmetrieachsen.

Berechnen Sie die Maßzahl des Flächeninhalts dieser Figur.



Aufgabe 5:

Die folgende Abbildung zeigt einen Ausschnitt des Graphen G_h einer auf $D_h = \mathbb{R}$ definierten Funktion h .

5.1. Geben Sie zu jeder der folgenden sechs Aussagen an, ob sie wahr oder falsch ist:

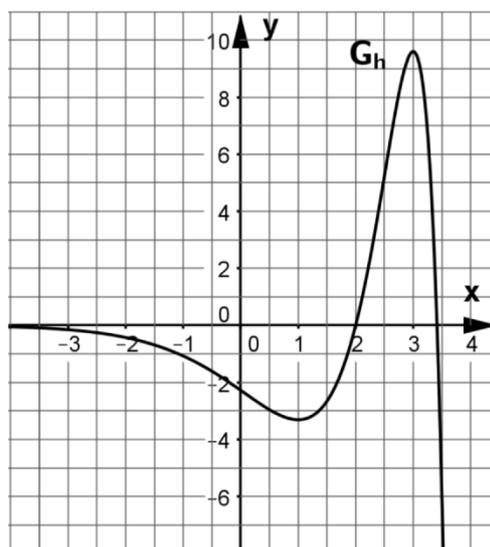
Der Graph von h ...

- a) hat bei $x_1 = 1$ einen absoluten Tiefpunkt.
- b) ist in $[-3; 1]$ rechtsgekrümmt.
- c) ist in $[1; 3]$ streng monoton steigend.

Der Wert von $\int_{0,5}^a h(x) dx$...

- d) beschreibt für $a = 0$ den Flächeninhalt des Flächenstücks, das G_h und die x -Achse in $[0; 0,5]$ einschließen.
- e) ist für $a = 2$ größer als für $a = 1$.
- f) ist für $a = 3$ größer als für $a = 2$.

5.2. Skizzieren Sie im Koordinatensystem aus 3.0 für den dort dargestellten Ausschnitt des Graphen von h den Graphen einer möglichen Stammfunktion von h .



Webinar zum Hilfsmittel freien Teil: Stoffgebiet Analysis

Aufgabe 1:

1.1. $W_p =] - \infty; 3]$ $W_q = [0; \infty[$ $W_r = [0; 1[$

1.2. Die Aussage kann widerlegt werden.

1.3 $p(2) = 3 > r(2) = 1 - e^{-2}$ und $p(6) = -1 < r(6) = 1 - e^{-6}$

Aufgabe 2: Mögliche Argumente

- a) scheidet aus, weil hier die Termwerte für $x < 2$ negativ sind.
- b) scheidet aus, weil hier die Termwerte für alle x konstant sind.
- c) erfüllt, dass $2 \mapsto 0$, $(x-2)^2 \cdot e^{x+1} \geq 0$, $x \rightarrow +\infty \Rightarrow (x-2)^2 \cdot e^{x+1} \rightarrow +\infty$. Da alle anderen Terme ausscheiden und vorausgesetzt ist, dass mindestens eine Zuordnungsvorschrift durch den Graphen dargestellt wird, gehört die Zuordnungsvorschrift zu f.
- d) scheidet aus, weil hier die Termwerte für hinreichend große Werte von x negativ sind.
- e) scheidet aus, weil hier die Termwerte für $x \rightarrow -\infty$ unendlich groß werden.
- f) scheidet aus, weil hier gilt: $1 \mapsto 1$, was für f nicht zutrifft.

Aufgabe 3:

- 3.1. a) falsche Aussage \rightarrow beide besitzen keinen Wendepunkt
 b) korrekt \rightarrow nur der Graph von g_2 besitzt einen Extrempunkt bei $x = \ln(2)$

3.2. $g(x) = e^x + x + 1$

Aufgabe 4: $A = \frac{16}{3}$

Aufgabe 5:

- a) falsch b) falsch c) wahr d) wahr e) falsch f) wahr

